Szczegółowe wymagania z matematyki dla klasy II

zakres podstawowy

* Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
* Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone
o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
* Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
* Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
* Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K)

ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P)

ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R)

ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)

ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

**1. FUNKCJA KWADRATOWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji *f*(*x*) *= ax*2, gdzie $a\ne 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
 |
| * szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f\left(x\right)=a\left(x-p\right)^{2}+q$, gdzie $a\ne 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
 |
| * podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
 |
| * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
 |
| * przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
 |
| * przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
 |
| * wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
 |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia
 |
| * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
 |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach
 |
| * interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika *a* i wyróżnika $Δ$
 |
| * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
 |
| * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
 |
| * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
 |
| * rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach
 |
| * rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
 |
| * stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach
 |
| * przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
 |
| * wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
 |
| * stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
 |
| * rozwiązuje równania dwukwadratowe
 |
| * rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie $t=\left|x\right|,t\geq 0$
 |
| * wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
 |
| * stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego
 |
| * udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
 |

**2. WIELOMIANY**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
 |
| * zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
 |
| * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
 |
| * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
 |
| * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
 |
| * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
 |
| * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
 |
| * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
 |
| * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
 |
| * stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów
 |
| * przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
 |
| * rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
 |
| * rozwiązuje proste równanie wielomianowe
 |
| * podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek
 |
| * wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
 |
| * dzieli wielomian przez dwumian $x-a$
 |
| * sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
 |
| * zapisuje wielomian w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r$
 |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x-a$ bez wykonywania dzielenia
 |
| * wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian *x – a*
 |
| * określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
 |
| * sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
 |
| * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
 |
| * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
 |
| * stosuje wzory $a^{n}-1=\left(a-1\right)\left(a^{n-1}+...+1\right)$ oraz $$a^{n}-b^{n}=\left(a-b\right)\left(a^{n-1}+a^{n-2}⋅b+...+a⋅b^{n-2}+b^{n-1}\right)$$
 |
| * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
 |
| * rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
 |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x-p)(x-q)$ bez wykonywania dzielenia
 |
| * dzieli wielomian przez dwumian $x-a$, stosując schemat Hornera
 |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu
 |
| * rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów
 |

## 3. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a\ne 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
 |
| * przesuwa wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, wzdłuż osi *OX* albo wzdłuż osi *OY*, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
 |
| * dobiera wzór funkcji do jej wykresu
 |
| * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
 |
| * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
 |
| * upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach
 |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
 |
| * rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach
 |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
 |
| * wyznacza współczynnik *a* tak, aby funkcja $f(x)=\frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
 |
| * szkicuje wykres funkcji $f\left(x\right)=\frac{a}{x-p}+q$, gdzie $x\in R\\{p\}$ i $a\ne 0$, i wyznacza równania jej asymptot
 |
| * wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
 |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
 |
| * określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek
 |
| * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
 |
| * rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
 |
| * podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
 |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f\left(x\right)=\frac{r}{x-p}+q$ oraz szkicuje jej wykres
 |
| * stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności
 |

# 4. TRYGONOMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach
 |
| * wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
 |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
 |
| * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°
 |
| * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
 |
| * odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
 |
| * podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
 |
| * rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
 |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
 |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
 |
| * stosuje wzory: $\sin(\left(180^{o}-α\right))=\sin(α)$, $\cos(\left(180^{o}-α\right))=-\cos(α)$, $tg\left(180^{o}-α\right)=-tgα$ do obliczania wartości wyrażenia
 |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
 |
| * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P=\frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: $P=\frac{a^{2}\sqrt{3}}{4}$
 |
| * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
 |
| * oblicza pola czworokątów
 |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
 |
| * wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
 |
| * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
 |
| * uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
 |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
 |
| * stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
 |
| * uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $α$ i 9$0^{o}-α$
 |
| * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
 |
| * stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta:$P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
 |
| * stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
 |
| * oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
 |
| * wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
 |
| * uzasadnia związki miarowe w czworokątach
 |
| * dowodzi prawdziwości wzoru $P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach
 |

# 5. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
 |
| * oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
 |
| * określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
 |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
 |
| * oblicza pole koła i pole wycinka koła
 |
| * oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
 |
| * określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
 |
| * rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
 |
| * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
 |
| * opisuje własności wielokątów foremnych
 |
| * oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
 |
| * wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
 |
| * oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
 |
| * stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
 |
| * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
 |
| * wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
 |
| * oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
 |
| * wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
 |
| * stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
 |
| * stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
 |
| * stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
 |
| * stosuje wzory $P=\frac{abc}{4R}$ i $P=\frac{a+b+c}{2}⋅r$ do obliczania pola trójkąta
 |
| * uzasadnia wzory $P=\frac{abc}{4R}$ i $P=\frac{a+b+c}{2}⋅r$
 |
| * bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
 |
| * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
 |
| * zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
 |
| * uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
 |
| * rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
 |
| * udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
 |
| * udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie
 |